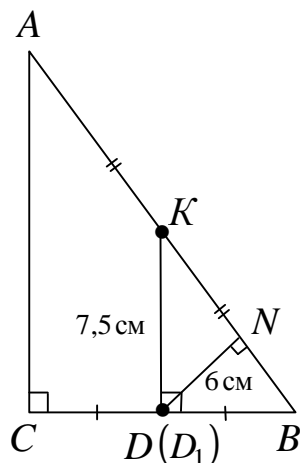


Билет № 24, вопрос 3  
**Задача по теме «Треугольники»**

16. Перпендикуляр, опущенный из середины одного катета прямоугольного треугольника на гипотенузу, равен 6 см, а середина гипотенузы отстоит от этого же катета на 7,5 см. Найдите стороны данного треугольника.



**Дано:**  $\triangle ABC$  – прямоугольный,  
 $\angle C = 90^\circ$ ,  $CD = DB$ ,  
 $DN \perp AB$ ,  $DN = 6$  см,  
 $AK = KB$ ,  $KD_1 \perp BC$ ,  
 $KD_1 = 7,5$  см,

**Найти:**  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .

**Решение**

Т.к.  $K$  и  $D$  – соответственно середины сторон  $AB$  и  $BC$ , то  $KD$  – средняя линия треугольника по определению.

По свойству средней линии  $KD \parallel AC$  и  $KD = \frac{1}{2}AC$ . Отсюда

$$AC = 2KD, AC = 2 \cdot 7,5 = 15 \text{ (см)}.$$

Т.к.  $AC \perp BC$  как катеты прямоугольного  $\triangle ABC$  с  $\angle C = 90^\circ$ , и т.к.  $KD_1 \perp BC$  по условию задачи, то  $KD_1 \parallel AC$ , потому что два перпендикуляра к одной стороне параллельны.

Получили, что  $K \in KD$ ,  $KD \parallel AC$  и  $K \in KD_1$ ,  $KD_1 \parallel AC$ . А т.к. через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести на плоскости не более одной прямой, параллельной данной, то  $KD$  и  $KD_1$  совпадают. Значит, точки  $D$  и  $D_1$  тоже совпадают.

Т.к.  $DN \perp AB$ , то  $\triangle KDN$  – прямоугольный. По теореме Пифагора для  $\triangle KDN$  имеем:  $KD^2 = KN^2 + DN^2$ , отсюда  $KN^2 = KD^2 - DN^2$ ,  $KN^2 = 7,5^2 - 6^2$ ,

$$KN^2 = 56,25 - 36, KN^2 = 20,25 \Leftrightarrow \begin{cases} KN = \sqrt{20,25}, \\ KN = -\sqrt{20,25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} KN = 4,5, \\ KN = -4,5. \end{cases}$$

Т.к. длина отрезка выражается положительным числом, то  $KN = 4,5$  см.

Т.к. высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой, то  $DN = \sqrt{KN \cdot NB}$ . Отсюда  $DN^2 = KN \cdot NB$ , а

$$NB = \frac{DN^2}{KN}, NB = \frac{6^2}{4,5} = \frac{36}{4,5} = 8 \text{ (см)}.$$

Т.к.  $N \in KB$ , то  $KB = KN + NB$ ,  $KB = 4,5 + 8 = 12,5$  (см).

Т.к.  $K$  – середина  $AB$ , то  $AB = 2AK$ ,  $AB = 2 \cdot 12,5 = 25$  (см).

По теореме Пифагора для прямоугольного  $\triangle ABC$  с гипотенузой  $AB$  имеем:  
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ , отсюда  $BC^2 = AB^2 - AC^2$ ,  $BC^2 = 25^2 - 15^2$ ,  $BC^2 = 625 - 225$ ,

$$BC^2 = 400 \Leftrightarrow \begin{cases} BC = \sqrt{400}, \\ BC = -\sqrt{400} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 20, \\ BC = -20. \end{cases}$$

Т.к. длина отрезка выражается положительным числом, то  $BC = 20$  см.

**Ответ:**  $AB = 25$  см,  $BC = 20$  см,  $AC = 15$  см.