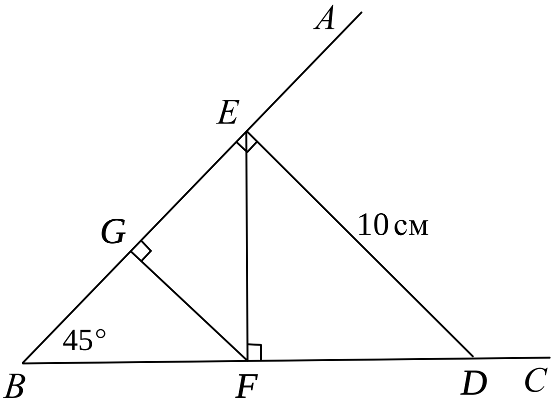
Билет № 23, вопрос 3

Задача по теме «Параллельность и перпендикулярность»

31. Угол ABC равен 45°. На его стороне BC взята произвольная точка D и проведен $DE \perp BA$ (E принадлежит AB). Аналогично проведены $EF \perp BC$ и $FG \perp BA$ (F, G принадлежат соответственно CB и AB); DE = 10 см. Найдите отрезок FG.



Дано: $\angle ABC = 45°$, $D \in BC$,
$DE \perp BA$, $E \in BA$,
$EF \perp BC$, $FG \perp BA$,
$F \in BC$, $G \in AB$,
DE = 10 см.

Найти: FG.

Решение

Рассмотрим D BED.

Т.к. по условию задачи $DE \perp BA$, то $\angle DEB = 90°$, а треугольник D BED – прямоугольный. Т.к. сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90° и по условию $\angle ABC = 45°$, то в D BED $\angle B = 45°$ и $\angle D = 45°$. Значит, по признаку равнобедренного треугольника D BED – равнобедренный с основанием BD.

Т.к. $BC \perp EF$ по условию задачи, то EF – высота равнобедренного D BED, проведенная к основанию BD, которая по свойству равнобедренного треугольника высота EF является и медианой, поэтому $BF = FD$.

Т.к. по условию задачи $FG \perp BA$ и $DE \perp BA$, то $FG \parallel DE$, потому что два перпендикуляра к одной прямой параллельны.

Т.к. $BF = FD$ и $FG \parallel DE$, то по теореме Фалеса $BG = GE$.

Т.к. $BF = FD$ и $BG = GE$, то отрезок FG – средняя линия D BED по определению. По свойству средней линии треугольника $FG = \frac{1}{2}DE$, следовательно, FG = 5 см.

Ответ: FG = 5 см.