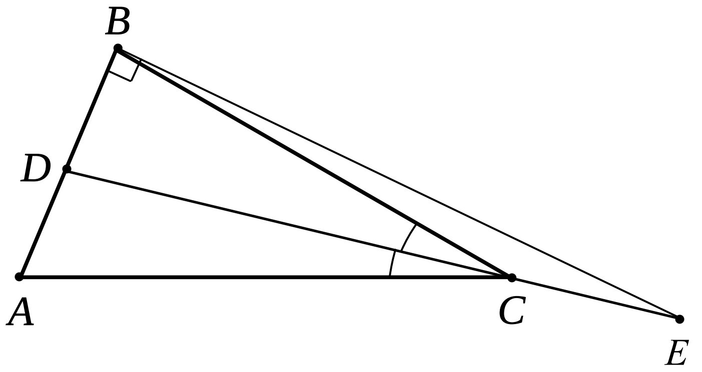
Билет № 13, вопрос 3

Задача по теме «Треугольники»

20. В треугольнике ABC известны все стороны: AB = 13 см, BC = 14 см, AC = 15 см. К стороне AB через вершину B проведен перпендикуляр, который пересекает продолжение биссектрисы CD в точке E. Найдите BE.



Дано: D ABC, AB = 13 см, BC = 14 см, AC = 15 см, $BE \perp AB$, CD – биссектриса, $BE \cap CD = E$.

Найти: BE.

Решение

По теореме косинусов для D ABC

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos\angle C,$$
$$2BC \cdot AC \cdot \cos\angle C = BC^2 + AC^2 - AB^2,$$
$$\cos\angle C = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC},$$
$$\cos\angle C = \frac{14^2 + 15^2 - 13^2}{2 \cdot 14 \cdot 15} = \frac{196 + 225 - 169}{420} = \frac{252}{420} = 0{,}6.$$

Т.к. $\cos\angle C$ = 0,6000, то по таблице Брадиса $\angle C \approx 53°08'$.

Пояснение. По таблице Брадиса если $\cos a \approx 0{,}6004$, то угол $a \approx 53°06'$. Т.к. $\cos\angle C$ меньше $\cos a$ на 0,0004, то $\angle C$ больше угла a на $2'$, т.е. $\angle C \approx 53°08'$.

Т.к. в D ABC CD – биссектриса $\angle C$, то $\angle BCD = 53°8' : 2 = 26°34'$.

По теореме косинусов для D ABC

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B,$$
$$2AB \cdot BC \cdot \cos\angle B = AB^2 + BC^2 - AC^2,$$
$$\cos\angle B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC},$$
$$\cos\angle B = \frac{13^2 + 14^2 - 15^2}{2 \cdot 13 \cdot 14} = \frac{169 + 196 - 225}{364} = \frac{140}{364} \approx 0{,}3846.$$

Т.к. $\cos\angle B$ = 0,3846, то по таблице Брадиса $\angle B \approx 53°8'$.

Пояснение. По таблице Брадиса если $\cos a \approx 0{,}3843$, то угол $a \approx 67°24'$. Т.к. $\cos\angle B$ больше $\cos a$ на 0,0003, то $\angle B$ меньше угла a на $1'$, т.е. $\angle B \approx 67°23'$.

Т.к. сумма внутренних углов треугольника равна 180°, то в D BDC

$$\angle BDC = 180° - (\angle BCD + \angle DBC),$$
$$\angle BDC \approx 180° - (26°34' + 67°23') \approx 179°60' - 93°57' \approx 86°03'.$$

По теореме синусов для $D\ BDC$ $\dfrac{BC}{sin\angle BDC} = \dfrac{BD}{sin\angle BCD}$,

$$BD = \frac{BC \cdot sin\angle BCD}{sin\angle BDC},\ BD \approx \frac{14 \cdot sin\,26°34'}{sin\,86°03'} \approx \frac{14 \cdot 0{,}4473}{0{,}9976} \approx \frac{6{,}2622}{0{,}9976} \approx 6{,}28\,(\text{см}).$$

Пояснение. По таблице Брадиса $sin26°36' \approx 0{,}4478$. Т.к. угол $\angle BCD$ меньше угла $26°36'$ на $2'$, то $sin26°34'$ меньше $sin26°36'$ на 0,0005, т.е. $sin26°34' \approx 0{,}4473$.

Пояснение. По таблице Брадиса $sin86°00' \approx 0{,}9976$. Хотя угол $\angle BDC$ больше угла $86°00'$ на $3'$, $sin86°03' = sin86°00'$, т.к. поправка равна 0, т.е. $sin86°03' \approx 0{,}9976$.

Т.к. по условию задачи $BE \perp AB$, то $D\ BDE$ – прямоугольный. В $D\ BDE$ $tg\angle BDC = \dfrac{BE}{BD}$, отсюда $BE = BD \times tgÐBDC$,

$$BE \approx 6{,}28 \times tg86°03' \approx 6{,}28 \cdot 14{,}48 \approx 90{,}93\ (\text{см}).$$

Ответ: $BE \approx 90{,}93$ см.