Тема «Геометрические преобразования»

101. Точка A симметрична точке A_1. Найдите центр их симметрии.

102. Докажите, что центр окружности является центром ее симметрии.

103. Дан луч OA. Постройте фигуру, центрально-симметричную ему относительно точки O. Что это за фигура?

104. Докажите, что две пересекающиеся прямые, проходящие через две симметричные относительно центра точки, сами не симметричны относительно того же центра симметрии.

105. Докажите, что две прямые, проходящие через центр симметрии, отсекают равные отрезки от двух прямых, симметричных относительно этого центра.

106. Осевая симметрия задана парой соответствующих точек A и A_1. Постройте ось симметрии a.

107. Постройте фигуру, симметричную данному треугольнику OPR относительно оси l, если OP пересекает l.

108. В некотором четырехугольнике средние линии (соединяют середины противоположных сторон) являются его осями симметрии. Определите вид данного четырехугольника.

109. Докажите, что точки пересечения двух окружностей симметричны относительно прямой, соединяющей их центры.

110. Точки X и X_1 принадлежат различным сторонам угла AOB, причем $OX = OX_1$. Докажите, что точки X и X_1 симметричны относительно биссектрисы угла AOB.

111. Постройте фигуру, в которую перейдет квадрат $ABCD$ при повороте вокруг точки D по часовой стрелке на угол 45°.

112. Постройте фигуру, в которую перейдет равносторонний треугольник ABC при повороте вокруг точки A против часовой стрелки на угол 120°.

113. Через центр O квадрата проведены два взаимно перпендикулярных отрезка, концы которых принадлежат сторонам квадрата. Докажите, используя поворот, что отрезки равны.

114. Медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Точки A_2, B_2, C_2 – середины соответствующих отрезков AM, BM, CM. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ равны.

115. Через концы диаметра AB окружности с центром в точке O проведены касательные, на которых по разные стороны от диаметра отложены два равных отрезка AC и BD. Докажите, что точки C, D и O принадлежат одной прямой.

116. На каждой медиане треугольника построена точка, делящая ее в отношении 1:2, считая от вершины. Через эти точки проведены прямые, параллельные противоположным относительно данных вершин сторонам треугольника. Докажите, что эти прямые, пересекаясь, образуют треугольник, равный данному.

117. Две окружности $(O\ ;\ R)$ и $(O_1\ ;\ K)$ касаются внешним образом в точке M. Через нее проведены две секущие AB и CD, причем точки A, C принадлежат одной окружности, а B, D – другой. Докажите, что $AC \parallel BD$.

118. Произвольная точка M симметрична точке M_1 относительно точки A. Точка M_1 симметрична точке M_2 относительно точки B. Докажите, что отрезок MM_2 имеет постоянную длину, т.е. не зависит от выбора точки M.

119. Точка M последовательно симметрична относительно вершин параллелограмма $ABCD$ и переходит соответственно в точки M_1, M_2, M_3, M_4. Докажите, что точка M_4 совпадает с точкой M.

120. Даны две пересекающиеся окружности равных радиусов. Секущая, параллельная прямой, соединяющей их центры, пересекает первую окружность в точках A и B, а вторую в точках C и B. Определите отрезок AC, если расстояние между центрами окружностей равно d.