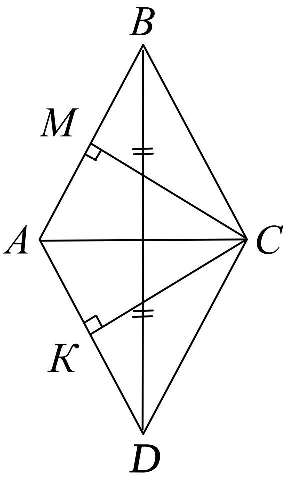
Билет № 7, вопрос 3
Задача по теме «Четырехугольники»

47. Высоты, проведенные из вершины ромба, образуют угол 30°. Найдите: а) углы ромба; б) углы, которые образуют диагонали с его сторонами.



Дано: $ABCD$ – ромб,
CM, CK – высоты,
$\angle MCK = 30°$.

Найти: углы ромба; углы, которые образуют диагонали с его сторонами.

Решение

Рассмотрим D CAM и D CAK.

Т.к. CM и CK высоты ромба, то D CAM и D CAK – прямоугольные. Т.к. диагонали ромба являются биссектрисами его углов, то $\angle CAM = \angle CAK$. AC – общая сторона. Следовательно, D CAM = D CAK по признаку равенства прямоугольных треугольников (по гипотенузе и острому углу). В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $\angle ACM = \angle ACK$, $\angle CAM = \angle CAK$.

Т.к. по условию задачи $\angle MCK = 30°$, а $\angle MCK = \angle ACM + \angle ACK$, то

$$\angle ACM = \angle ACK = \angle MCK : 2 = 30° : 2 = 15°.$$

Т.к. сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90°, то

$$\angle CAM = \angle CAK = 90° - 15° = 75°, \text{ а}$$

$$\text{в ромбе } ABCD\ \angle A = \angle CAM + \angle CAK = 75° + 75° = 150°.$$

Т.к. в ромбе противолежащие стороны параллельны, то $BC \parallel AD$, а $\angle A + \angle B = 180°$ как внутренние односторонние углы, образованные при пересечении параллельных прямых BC и AD секущей AB. Значит,

$$\angle B = 180° - \angle A,\ \angle B = 180° - 150° = 30°.$$

Т.к. в ромбе противолежащие углы равны, то

$$\angle C = \angle A = 150°, \text{ а } \angle D = \angle B = 30°.$$

Т.к. диагонали ромба являются биссектрисами его углов, то

$$\angle BAC = \angle DAC = \angle BCA = \angle DCA = 150°: 2 = 75°, \text{ а}$$

$$\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle CDB = 30°: 2 = 15°.$$

Ответ: в ромбе $ABCD$ $\angle A = \angle C = 150°$, $\angle B = \angle D = 30°$,
$\angle BAC = \angle DAC = \angle BCA = \angle DCA = 75°$,
$\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = = \angle CDB = 15°$.