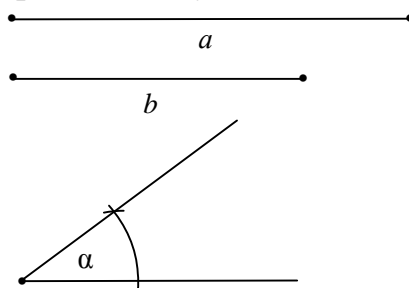


Билет № 4, вопрос 3

Задача по теме «Четырехугольники»

43. Постройте параллелограмм по двум диагоналям и углу между ними.

Дано:



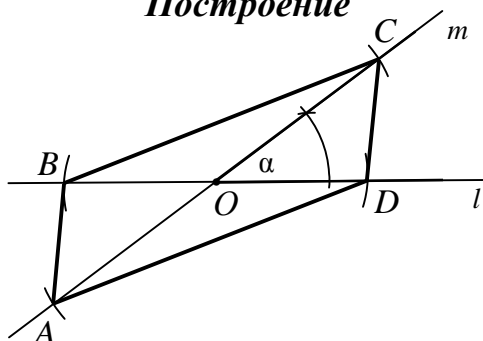
Построить: параллелограмм  $ABCD$  так, что  $AC = a$ ,  $BD = b$ ,  $\angle COD = \alpha$ .

**Решение**

**Анализ.** Допустим, что искомый параллелограмм  $ABCD$  построен и в нем  $AC = a$ ,  $BD = b$ ,  $\angle COD = \alpha$ .

Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются под углом  $\alpha$  и точкой пересечения делятся пополам, поэтому построение параллелограмма можно провести по следующему плану: сначала построить прямые  $m$  и  $l$ , угол между которыми равен углу  $\alpha$ . Затем от  $O$  – точки пересечения прямых  $m$  и  $l$  отложить отрезки на прямой  $l$ , равные  $\frac{1}{2}a$ , а на прямой  $m$ , равные  $\frac{1}{2}b$ . Концы отложенных от точки  $O$  отрезков будут вершинами искомого параллелограмма.

**Построение**



- 1) прямая  $l$ , точка  $O \in l$ ;
- 2) прямая  $m$ ,  $\angle(m, l) = \alpha$ ,  $m \cap l = O$ ;
- 3)  $\omega(O; \frac{1}{2}a)$ ,  $\omega(O; \frac{1}{2}a) \cap m = B, D$ ;
- 4)  $\omega(O; \frac{1}{2}b)$ ,  $\omega(O; \frac{1}{2}b) \cap m = A, C$ ;
- 5) отрезки  $AB, BC, CD, AD$ ;

$ABCD$  – искомый параллелограмм.

**Доказательство**

В четырехугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам:  $AC \cap BD = O$ ,  $AO = OC = \frac{1}{2}b$ ,  $BO = OD = \frac{1}{2}a$  по построению. Значит, по признаку параллелограмма четырехугольник  $ABCD$  – параллелограмм.

**Ч.т.д.**

**Исследование.** Задача имеет единственное решение.