

Организация исследовательской деятельности при обучении математике в основной и старшей школе

Развитие информационного общества, научно-технические преобразования, рыночные отношения требуют от каждого человека высокого уровня профессиональных и деловых качеств, предприимчивости, способности ориентироваться в сложных ситуациях, быстро и безошибочно принимать решения.

Государство перед школой ставит задачу подготовить школьников к жизни в этом быстро изменяющемся мире.

Совершенно очевидно, что школа не в состоянии обеспечить ученика знаниями на всю жизнь, она может и должна вооружить его методами познания, сформировать познавательную самостоятельность.

В формировании многих качеств, необходимых успешному современному человеку, может большую роль сыграть школьная дисциплина – математика. На уроках математики школьники учатся рассуждать, доказывать, находить рациональные пути выполнения заданий, делать соответствующие выводы. Общеизвестно, что «математика – самый короткий путь к самостоятельному мышлению», «математика ум в порядок приводит» как отмечал М.В. Ломоносов.

Тревогу о будущем своих учеников всегда испытывают учителя, выпуская их в мир взрослых. Во многом на учителях лежит ответственность за желание детей учиться, за качество их образования, а в конечном итоге за успешную социализацию после окончания школы.

Школьнику необходимо получить добротное образование, уметь на протяжении всей своей жизни обновлять и пополнять знания, уметь реализовать свои лучшие качества, чтобы быть востребованным.

Несмотря на трудности, учителя ищут эффективные пути и средства развития потенциальных возможностей школьников. Для этого наряду с традиционным обучением используют элементы новых развивающих технологий.

Сравним системы традиционного и развивающего обучения.

Сравнительная характеристика систем традиционного и развивающего обучения

<i>Параметры</i>	<i>Традиционное обучение</i>	<i>Развивающее обучение</i>
<i>Цели обучения</i>	Усвоение ЗУН	<i>Общее развитие школьника (ума, воли, чувств)</i>
<i>Методы обучения</i>	Объяснительно-иллюстративные (методы сообщения готовых знаний)	<i>Деятельностно-развивающие (методы исследования)</i>
<i>Учитель</i>	Дающий знания	<i>Организатор исследовательской деятельности</i>
<i>Ученик</i>	Объект обучения	<i>Активный участник обучения</i>

Если в традиционной системе целью обучения является усвоение знаний, умений и навыков, то в *системе развивающего обучения – общее развитие школьников, т.е. развитие ума, воли и чувств, что, в конечном счете, направлено на формирование личности учащихся.*

При традиционном обучении чаще всего используются объяснительно-иллюстративные методы, т.е. методы сообщения учащимся готовых знаний. *При развивающем обучении преобладают деятельностно-развивающие методы, когда знания не даются в готовом виде, а учитель организует учащихся на их добывание, открытие.*

Учитель в системе традиционного обучения – дающий знания, а ученик – объект обучения. *В системе развивающего обучения учитель является организатором исследовательской деятельности учащихся, а школьники – активными участниками обучения.*

Основным методом всех технологий развивающего обучения является исследовательская деятельность учащихся.

В научно-методической литературе методы исследования называют также метод открытий, эвристическим методом и методом решения проблем.

Говорят: «Новое – хорошо забытое старое». Одним из самых первых сторонников метода открытия или исследования как осно-

вы обучения считают Яна Амоса Коменского. Но, пожалуй, самыми пламенными защитниками этого метода были российские педагоги и психологи начала XX века В.П. Вахтеров и Л.С. Выгодский.

И сегодня очень актуально звучат слова В.П. Вахтерова о том, что образован не тот, кто много знает, а тот, кто хочет много знать, и умеет добывать эти знания.

Он подчеркивал исключительную важность мыслительных умений школьников – умения анализировать, сравнивать, комбинировать, обобщать и делать выводы; важность умения пользоваться приемами научного исследования, хотя бы и в самой элементарной форме.

В принципе, ученый не отрицал и большую роль объяснительно-иллюстративного метода, который дает возможность получения учащимся большого количества сведений, направлен на быстрое запоминание готовых выводов, правил, формул и является наилучшим для подготовки к экзаменам.

Каждому ребенку дарована от природы склонность к познанию и исследованию окружающего мира. Правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков. Необходимо прививать школьникам вкус к исследованию, вооружать их методами научно-исследовательской деятельности.

Исследовательская деятельность учащихся – это совокупность действий поискового характера, ведущая к открытию неизвестных для учащихся фактов, теоретических знаний и способов деятельности.

В качестве основного средства организации исследовательской работы выступает система исследовательских заданий.

Исследовательские задания – это предъявляемые учащимся задания, содержащие проблему; решение ее требует проведения теоретического анализа, применения одного или нескольких методов научного исследования, с помощью которых учащиеся открывают ранее неизвестное для них знание.

Цель исследовательского метода – «вызвать» в уме ученика тот самый мыслительный процесс, который переживает творец и изобретатель данного открытия или изобретения. Школьник должен почувствовать прелесть открытия.

Таким образом, исследовательский процесс – это не только логико-мыслительное, он и чувственно-эмоциональное освоение знаний.

Рассмотрим основные этапы учебного исследования.

Основные этапы учебного исследования

<i>1</i>	<i>Мотивация исследовательской деятельности</i>
<i>2</i>	<i>Формулирование проблемы</i>
<i>3</i>	<i>Сбор, систематизация и анализ фактического материала</i>
<i>4</i>	<i>Выдвижение гипотез</i>
<i>5</i>	<i>Проверка гипотез</i>
<i>6</i>	<i>Доказательство или опровержение гипотез</i>

1) Мотивация – очень важный этап процесса обучения, если мы хотим, чтобы оно было творческим. Целью мотивации, как этапа урока, является создание условий для возникновения у ученика вопроса или проблемы. Одним из способов осуществления мотивации может служить исходная (мотивирующая задача), которая должна обеспечить «видение» учащимися более общей проблемы, нежели та, которая отражена в условии задачи.

2) Этап формулирования проблемы – самый тонкий и «творческий» компонент мыслительного процесса. В идеале сформулировать проблему должен сам ученик в результате решения мотивирующей задачи. Однако в реальной школьной практике такое случается далеко не всегда: для очень многих школьников самостоятельное определение проблемы затруднено; предлагаемые ими формулировки могут оказаться неправильными. А поэтому необходим контроль со стороны учителя.

3) Сбор фактического материала может осуществляться при изучении соответствующей учебной или специальной литературы либо посредством проведения испытаний, всевозможных проб, измерения частей фигуры, каких-либо параметров и т.д. Пробы (испытания) не должны быть хаотичными, лишенными какой-либо логики. Необходимо задать их направление посредством пояснений, чер-

тежей и т.п. Число испытаний должно быть достаточным для получения необходимого фактического материала.

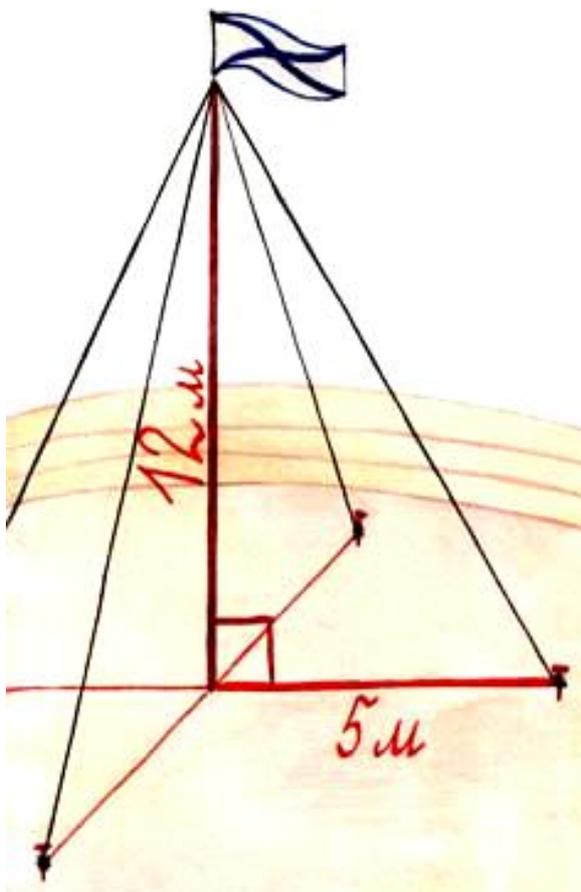
Систематизацию и анализ полученного материала удобно осуществлять с помощью таблиц, схем, графиков и т.п. – они позволяют визуально определить необходимые связи, свойства, соотношения, закономерности.

4) Выдвижение гипотез. Полезно прививать учащимся стремление записывать гипотезы на математическом языке, что придает высказываниям точность и лаконичность. Не нужно ограничивать число предлагаемых учащимися гипотез.

5) Проверка гипотез позволяет укрепить веру или усомниться в истинности предложений, а может внести изменения в их формулировки. Чаще всего проверку гипотез целесообразно осуществлять посредством проведения еще одного испытания. При этом результат новой пробы сопоставляется с ранее полученным результатом. Если результаты совпадают, то гипотеза подтверждается, и вероятность ее истинности возрастает. Расхождение же результатов служит основанием для отклонения гипотезы или уточнения условий ее справедливости.

6) На последнем этапе происходит **доказательство истинности гипотез**, получивших ранее подтверждение; **ложность** же их может быть определена с помощью контрпримеров. Поиск необходимых доказательств часто представляет большую трудность, поэтому учителю важно предусмотреть всевозможные подсказки.

В качестве иллюстрации учебного исследования приведу фрагмент урока геометрии по теме **«Теорема Пифагора»**.



Мотивирующей (исходной) задачей может служить следующая задача: «Для крепления мачты нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на земле на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 50 м троса для крепления мачты?»

Анализируя математическую модель этой практической задачи, учащиеся формулируют проблему – нужно найти гипотенузу прямоугольного треугольника по двум известным катетам.

Для решения этой проблемы можно организовать практическую работу исследовательского характера, предложив учащимся задание по рядам: построить прямоугольные треугольники с катетами 12 и 5; 6 и 8; 8 и 15 см и измерить гипотенузу.

Результаты заносятся в таблицу.

<i>a</i>	12	6	8
<i>b</i>	5	8	15
<i>c</i>	13	10	17

Затем учащимся предлагается выразить формулой зависимость между длинами катетов и гипотенузой в прямоугольных треугольниках. Школьники выдвигают свои гипотезы, которые обсуждаются.

После установления зависимости между сторонами прямоугольного треугольника эмпирический вывод требует теоретического обоснования, т.е. доказываемая теорема Пифагора.

В качестве домашнего задания по этой теме можно предложить исследовательскую работу со следующей мотивирующей задачей: «Кто же на самом деле открыл теорему Пифагор? Почему она долгое время называлась «теоремой невесты»? Существуют ли другие доказательства теоремы?»

Целью этой исследовательской работы – научить учеников использовать дополнительную литературу, применять Интернет в собственной образовательной деятельности.

Приведу несколько примеров мотивирующих задач.

При изучении темы **«Сумма внутренних углов треугольника»** в качестве исходного задания можно предложить такую задачу: «Построить треугольник по трем заданным углам:

$$1) \angle A = 90^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 45^\circ;$$

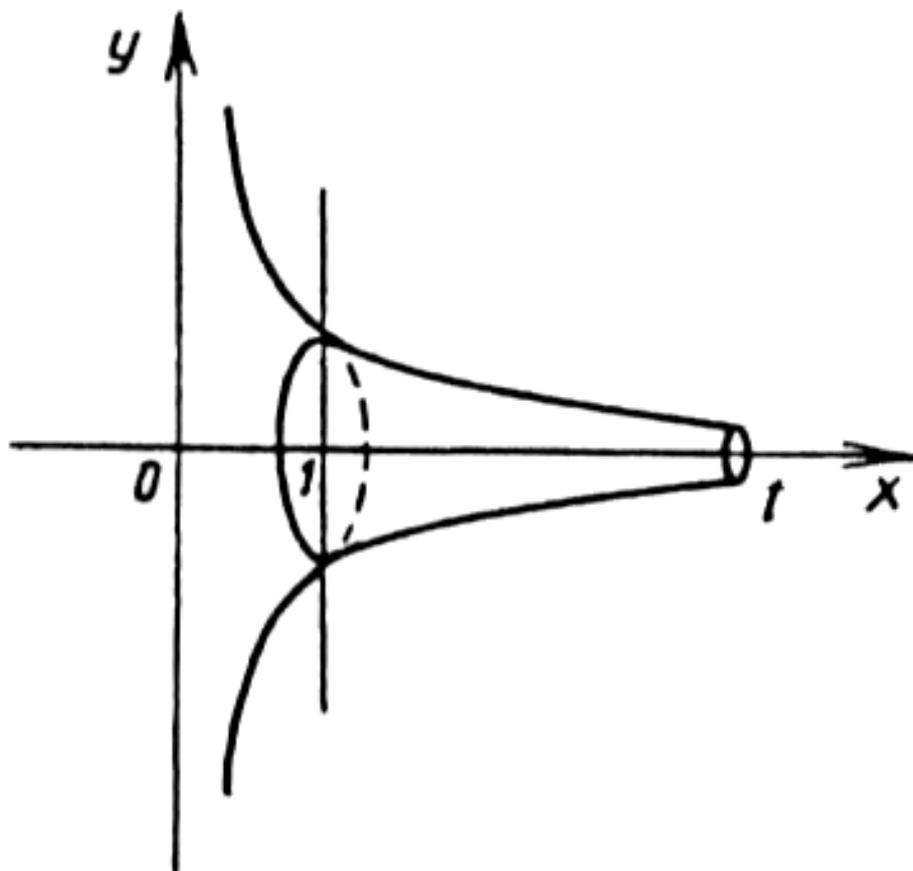
$$2) \angle A = 70^\circ, \angle B = 30^\circ, \angle C = 50^\circ;$$

$$3) \angle A = 50^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 70^\circ.$$

Учащиеся, вооружившись линейкой и транспортиром, начинают строить треугольники. В первом случае, построив углы A и B и отложив угол в 45° от луча AC (или BC , кому как нравится), ребята увидят, что вместо треугольника получается четырехугольник. Во втором случае независимо от того, какие первые два угла школьники выбирают для построения, всегда получается треугольник, третий угол которого больше, либо меньше заданного. И только в третьем случае выстраивается треугольник по трем заданным углам.

По окончании уже можно выдвинуть предположение о сумме углов треугольника. Здесь уместен провокационный вопрос: «В каком треугольнике, по вашему мнению, сумма внутренних углов больше, в остроугольном или тупоугольном?» Практика показывает, что почти в каждом классе найдутся несколько человек, которые, зная, что тупой угол всегда больше острого, по аналогии скажут, что сумма внутренних углов тупоугольного треугольника больше, чем остроугольного. Далее им предлагается на практике проверить свое утверждение.

На уроке геометрии по теме **«Вычисление объемов тел с помощью интеграла»** учащимся можно задать следующий вопрос: «*Может ли фигура с бесконечной площадью дать при вращении тело с конечным объемом?*» Учащиеся, скорее всего, ответят, что



такое невозможно. Разубедить их помогает пример рассмотрения фигуры, ограниченной гиперболой $y = \frac{1}{x}$, осью Ox и прямой $x = 1$, которая вращается вокруг оси Ox .

Такое учебное исследование можно назвать **«учебным расследованием»**. Расследование показывает учащимся, что наглядность, жизненный стереотип иногда приводят к ошибке, а может выручить лишь математика.

Математика дает широкое поле для исследования. Изучая математику, учащиеся кратко повторяют путь человечества, который оно прошло, добывая математические знания.

Например, рассматривая **многогранники**, учащиеся могут самостоятельно прийти к соотношению между числом вершин, граней и ребер для любого выпуклого многогранника, которое выражается известной **формулой Эйлера**.

Для эксперимента учащимся предлагаются модели различных выпуклых многогранников, используя которые, они заполняют таблицу.

<i>Вид многогранника</i>	<i>V</i>	<i>G</i>	<i>P</i>	<i>Примечание</i>
<i>Тетраэдр</i> <i>Октаэдр</i> <i>Икосаэдр</i> <i>Додекаэдр</i> <i>12-угольная пирамида</i> <i>8-угольная призма</i> ...				

Не следует предлагать учащимся вычислять значения готового выражения

$$**V + G - P.**$$

Больше пользы будет в том случае, если они сами, выполняя действия над числовыми характеристиками, получат требуемое равенство. Лишь в случае значительных затруднений можно оказать им некоторую помощь.

Иногда за урок удается решить *одну крупную проблему*, или же урок может содержать *несколько мелких проблемных заданий*.

Урок-исследование по теме «*Свойства квадратного корня*» можно провести в форме эвристической беседы, т.е. с помощью системы вопросов-ответов, в результате чего учащиеся «открывают» свойства квадратного корня.

Сначала задаются вопросы, нацеливающие учащихся на наблюдение за математическими объектами, на абстрагирование от несущественных свойств этих объектов.

1. *Выполните действия и сравните полученные результаты:*

$$\sqrt{16 \cdot 4} \text{ и } \sqrt{16} \cdot \sqrt{4}; \quad \sqrt{25 \cdot 9} \text{ и } \sqrt{25} \cdot \sqrt{9}.$$

2. *Запишите в буквенной форме замеченное вами свойство.*

Каковы допустимые значения входящих в записываемое равенство переменных?

3. *Выполняется ли записанное вами равенство, если входящие в него множители не являются точными квадратами?*

Теперь наблюдения учащихся должны оформиться в виде доказательств. К ним школьников подталкивают следующие вопросы.

4. *Докажите ваше предположение, используя определение арифметического квадратного корня.*

Чему равно выражение $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2$?

Чему равно выражение $(\sqrt{a \cdot b})^2$?

5. *Как бы вы назвали доказанное свойство? Сформулируйте его в словесной форме.*

6. *Выполняется ли такое свойство для корня из произведения трех множителей?*

7. *Можно ли обобщить это свойство на случай произвольного числа сомножителей?*

8. *Имеет ли смысл выражение $\sqrt{(-100) \cdot (-81)}$?*

9. *Можно ли применить к нему свойство корня из произведения?*

10. *Как записать в буквенной форме равенство, позволяющее это сделать?*

Работа класса продолжается исследованием свойства корня из дроби. Причем она проходит по вопросам, аналогичным тем, что приведены в пунктах 1–5. После того как сформулировано свойство арифметического корня из дроби, учащиеся демонстрируют на примерах применение этого свойства.

Следующий этап урока нужно посвятить предупреждению ошибок, которые учащиеся часто допускают в этой теме.

11. Существует ли свойство корня из суммы; корня из разности?

На описанном уроке происходит формирование таких исследовательских умений, как умение выдвигать гипотезу на основе анализа данных и по аналогии с известным решением. Учащимся приходится проводить доказательство утверждения с опорой на определение и посредством записи закономерности в буквенной форме.

Кроме уроков-исследований существуют также **мини-исследования**. В них присутствуют лишь некоторые исследовательские элементы. Выполнение задания занимает несколько минут.

Вот примеры совсем небольших проблем-вопросов: *«Почему треугольник назван «треугольником»? Можно ли дать ему другое название, также связанное с его свойствами?»*

«Как можно объяснить название «развернутый угол?»

«В Древнем Египте после разлива Нила требовалось восстановить границы земельных участков, для чего на местности необходимо было уметь строить прямые углы. Египтяне поступали следующим образом: брали веревку, завязывали на равных расстояниях узлы и строили треугольники со сторонами, равными 3, 4 и 5 таких отрезков. Правильно ли они поступали?»

Использование исследований на уроках способствует сближению образования и науки, так как в обучение внедряются практические методы исследования объектов и явлений природы – наблюдения и эксперименты, которые являются специфичной формой практики. Их педагогическая ценность в том, что они помогают учителю подвести учащихся к самостоятельному мышлению и самостоятельной практической деятельности; способствуют формированию у школьников таких качеств, как вдумчивость, терпеливость, настойчивость, выдержка, аккуратность, сообразительность; развивают исследовательский подход к изучаемым технологическим процессам.

Кроме исследовательской работы на уроках возможна самостоятельная исследовательская работа учащихся. Виды самостоятельных исследовательских работ разнообразны.

Самостоятельная исследовательская работа учащихся предполагает наличие основных этапов, характерных для научного исследования.

Основные этапы научного исследования

<i>1</i>	<i>Постановка проблемы</i>
<i>2</i>	<i>Знакомство с литературой по проблеме исследования</i>
<i>3</i>	<i>Сбор собственного материала</i>
<i>4</i>	<i>Анализ, обобщение</i>
<i>5</i>	<i>Выводы</i>
<i>Результат исследования неизвестен заранее. Конечный результат обладает практической ценностью.</i>	

В нашей школе ***подготовка учащихся к выполнению исследовательских работ*** начинается с начальной школы и осуществляется за счет дополнительного образовательного компонента.

В начальных классах используются специальные упражнения для развития памяти, внимания, наблюдательности под руководством учителя. Результаты обрабатываются.

Учащиеся 5–7-х классов приобретают простейшие знания, умения и навыки, необходимые для выполнения исследовательской работы. Детей обучают основам самостоятельной деятельности, развивают нестандартное мышление. Учащиеся выступают с сообщениями о происхождении того или иного математического термина, о жизни и деятельности ученых, творивших науку, об истории математических открытий, о практическом применении знаний, полученных при изучении темы. Написание математических сказок, составление математических кроссвордов требуют от учащихся большой самостоятельности и творческого подхода.

Учащиеся 8 – 9-х классов выполняют исследовательские задания творческого характера. На этом этапе усложняются формы исследовательской работы, увеличивается их объем. Учащимся предлагались следующие темы для рефератов и исследовательских работ:

История возникновения геометрии.
Симметрия на плоскости.
Замечательные точки в треугольнике.
Различные способы доказательства теоремы Пифагора.
Декарт и его геометрия.
Графы и их применение при решении задач.
Математика на шахматной доске.
Проценты в окружающем мире.

...

В 10 – 11 классах происходит углубление знаний по методике исследования и обработке результатов. Учащиеся выбирают интересующую их тему для исследования и работают над ней. Все это осуществляется в процессе длительной самостоятельной работы по индивидуальной программе.

Специальными формами ученических исследований также считаются подготовка учащимися методических пособий, сборников задач, учебных видеофильмов, моделей, которые могут использоваться на уроках.

Учащимися были выбраны следующие темы для работы:

Математизация знаний в современном мире.
Математика в экономике и банковском деле.
Лобачевский и его геометрия.
Применение метода математической индукции при решении задач.
Уравнения высоких степеней.

...

В школе в профильных классах введен **спецкурс «Введение в научно-исследовательскую деятельность»** для подготовки учащихся к самостоятельной исследовательской деятельности, рассчитанный на 17/34 ч. На спецкурсе учащиеся знакомятся с методами исследования, видами научно-исследовательских работ, требованиями к оформлению работы и т.д.

В конце работы учащиеся представляют творческие отчеты в рамках Недели математики. Формы могут быть различными: выпуск газеты, школьного журнала, оформление выставки, творческий отчет по эксперименту, защита реферата или исследовательской работы.

Лучшие работы учащихся награждаются грамотами, дипломами, подарками.

В некоторых школах существуют научные общества учащихся, проводятся ежегодные научно-практические конференции учащихся. Лучшие ученические исследования, по решению жюри конференции и педсовета, могут быть рассмотрены как форма сдачи экзамена по предмету, соответствующему профилю исследования, и направлены на городские, региональные и др. конференции.

Самостоятельная исследовательская деятельность позволяет выявить «...собственных Платонов и быстрых разумом Невтонов...».

Выполнение детьми самостоятельных исследований дает возможность удовлетворить их индивидуальные потребности и интересы, выявить их индивидуальные возможности, т.е. максимально индивидуализировать обучение.

Но, нужно иметь в виду, что самостоятельная исследовательская деятельность возможна лишь тогда, когда «... умственное развитие учащихся достигает такого уровня, что они в состоянии осуществлять все этапы поисковой деятельности». [Скаткин М.Н. «Совершенствование процесса обучения». М., 1971.С.129].

Исследовательская работа учащихся не носит универсального характера и применяется в сочетании с другими видами деятельности.

Литература

1. Айзенк Ганс Ю., Эванс Д. Как проверить способности вашего ребенка. – М.: АСТ, 1998.
2. Безрукова В.С. Директору об исследовательской деятельности школы/Библиотека журнала «Директор школы»– М.: Сентябрь, 2002 № 2.
3. Белов А. Об организации учебно-исследовательской деятельности в области математики// Внешкольник.1997. № 7-8.
4. Брагинский И.А. Исследования юных. Научные общества учащихся в России. История и современность. – М.: Просвещение, 1997.
5. Дереклеева Н.И. Научно-исследовательская работа в школе. – М.: Вербум – М, 2001.
6. Долгих С. Школа собственных открытий// Народное образование. 2003. № 6.
7. Журнал «Директор школы». Спецвыпуск.1997. № 25.
8. Журнал «Директор школы»: 1998 № 6; 2002 № 2; 2003 № 2.
9. Журнал «Математика в школе»: 1999 № 6, 2000 № 5,6,9; 2001 № 7; 2003 № 2-3; 2004 № 2.
10. Загвязинский В.И. Учитель как исследователь. – М.: Просвещение, 1980.
11. Поволяева М.Н. Творчество педагога – творчество ребенка// Внешкольник. 2000. № 11.
12. Русских Г.А. Развитие учебно-исследовательской деятельности учащихся// Дополнительное образование.2001. № 7-8.
13. Савенков А.И. Одаренный ребенок в массовой школе/ Библиотека журнала «Директор школы» – М.: Сентябрь, 2001.
14. Счастливая Т.П. Рекомендации по написанию научно-исследовательских работ// Исследовательская работа школьников. 2003. № 4.
15. И.В. Усачева, И.И. Ильясов. Формирование учебной исследовательской деятельности. – М., 1986.
16. Шумакова Н.Б. Исследование как основа обучения// Одаренные дети и современное образование. 2003. № 5.