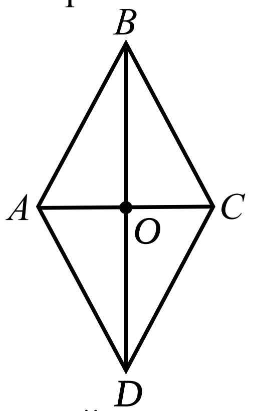
## Билет № 3

1. Третий признак равенства треугольников.
2. Ромб. Определение, свойства.

## Вопрос № 2
## Ромб. Определение, свойства

***Ромбом*** называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

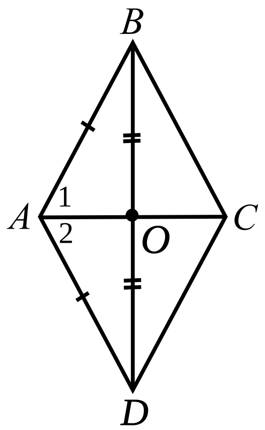
Так как ромб является параллелограммом, то он обладает всеми свойствами параллелограмма.



*ABCD* – ромб
$AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$
$AB = CD = BC = AD$
*Ð A = Ð C, Ð B = Ð D*
$AO = OC$, $BO = OD$

Особым свойством ромба является свойство его диагоналей.

***Теорема.*** Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.



***Дано***: *ABCD* – ромб,
*AC* и *BD* – диагонали,
$AC \cap BD = O$.

***Доказать***: $AC \perp BD$,
*Ð 1 = Ð 2.*

***Доказательство***

В ромбе все стороны равны, поэтому $AB = AD$, а *D ABD* – равнобедренный. Так как ромб – это параллелограмм, то его диагонали точкой пересечения делятся пополам и $BO = OD$. Значит, *AO* – медиана равнобедренного *D ABD*. В равнобедренном треугольнике медиана, проведённая к основанию, является биссектрисой и высотой, следовательно, *Ð 1 = Ð 2* и $AC \perp BD$.

$AC \perp BD$, значит, диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

*Ð 1 = Ð 2*, значит, *AC* – биссектриса *Ð A* ромба *ABCD*.

Аналогично доказывается, что диагонали являются биссектрисами остальных углов ромба.

***Итак,*** диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

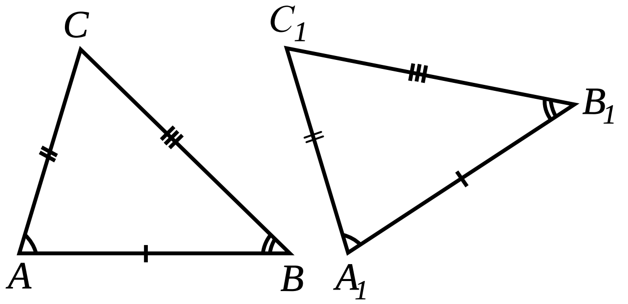
***Ч.т.д.***

# Вопрос № 1
# Третий признак равенства треугольников

## По трём сторонам

***Теорема.*** Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

**Рис. 1**

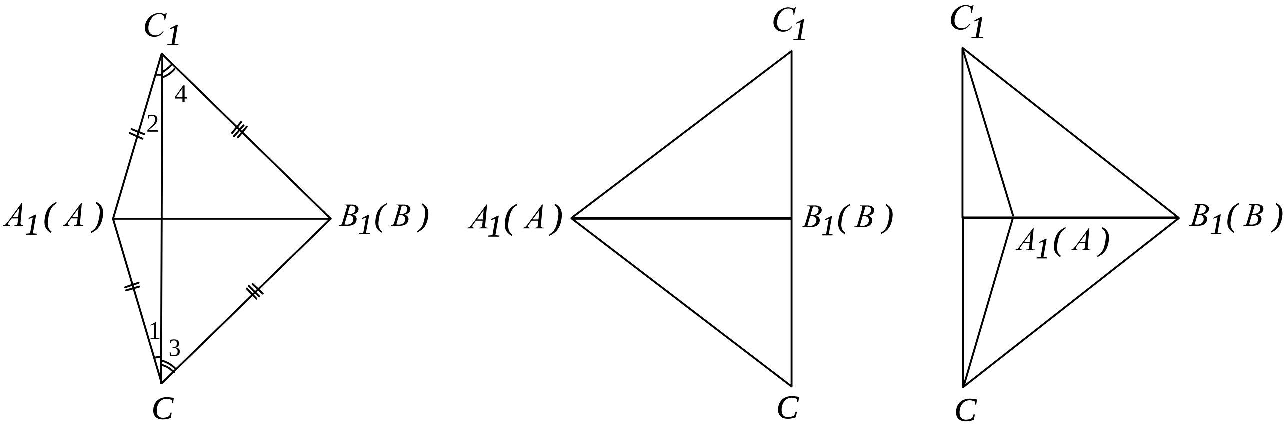



***Дано***: D $ABC$, D $A_1B_1C_1$,
$AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$,
$BC = B_1C_1$.
***Доказать***: D $ABC$ = D $A_1B_1C_1$.

### *Доказательство*

Наложим D $ABC$ на D $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина $A$ совместилась с вершиной $A_1$, вершина $B$ – с вершиной $B_1$, а вершины $C$ и $C_1$ оказались по разные стороны от прямой $A_1B_1$ (рис. 2). Возможны три случая:

**Рис. 2**




**а)** луч $CC_1$ проходит внутри Ð $A_1C_1B_1$;

**б)** луч $CC_1$ совпадает с одной из сторон Ð $A_1C_1B_1$;

**в)** луч $CC_1$ проходит вне Ð $A_1C_1B_1$.

Рассмотрим случай, когда луч $CC_1$ проходит внутри Ð $A_1C_1B_1$ (рис. 2, а), остальные случаи доказываются аналогично.

По условию теоремы $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, поэтому D $A_1C_1C$ и D $B_1C_1C$ – равнобедренные по определению равнобедренных треугольников. По теореме о свойстве углов при основании равнобедренного треугольника Ð 1= Ð 2, Ð 3 = Ð 4, поэтому Ð 1 + Ð 3 = Ð 2 + Ð 4, то есть $\underset{\Delta ABC}{\angle C} = \underset{\Delta A_1B_1C_1}{\angle C_1}$.

Получили, что $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ – по условию теоремы, Ð $C$ = Ð $C_1$ по доказанному, следовательно, D $ABC$ = D $A_1B_1C_1$ по I признаку равенства треугольников, по двум сторонам и углу между ними.

***Итак***, если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

***Ч.т.д.***