

## Билет № 2

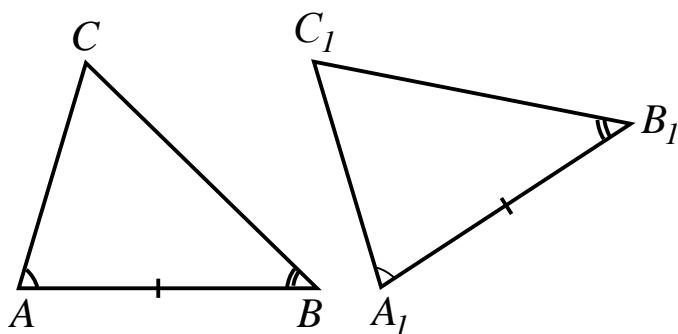
1. Второй признак равенства треугольников.
2. Прямоугольник. Определение, свойства.

### Вопрос № 1

#### Второй признак равенства треугольников

##### По стороне и прилежащим к ней углам

**Теорема.** Если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника соответственно равны стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Дано:**  $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1,$   
 $AB = A_1B_1,$   
 $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1,$   
 $\sphericalangle B = \sphericalangle B_1.$

**Доказать:**  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1.$

##### Доказательство

Наложим  $\triangle ABC$  на  $\triangle A_1B_1C_1$  так, чтобы вершина  $A$  совместилась с вершиной  $A_1$ , сторона  $AB$  – с равной ей стороной  $A_1B_1$ , а вершины  $C$  и  $C_1$  оказались по одну сторону от прямой  $A_1B_1$ .

Так как  $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$  и  $\sphericalangle B = \sphericalangle B_1$ , то сторона  $AC$  наложится на луч  $A_1C_1$ , а сторона  $BC$  – на луч  $B_1C_1$ . Поэтому вершина  $C$  – общая точка сторон  $AC$  и  $BC$  – окажется лежащей и на луче  $A_1C_1$ , и на луче  $B_1C_1$  и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей – вершиной  $C_1$ . Поэтому совместятся стороны  $AC$  и  $A_1C_1$ ,  $BC$  и  $B_1C_1$ .  $\triangle ABC$  и  $\triangle A_1B_1C_1$  полностью совместятся, значит, они равны.

**Итак,** если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника соответственно равны стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

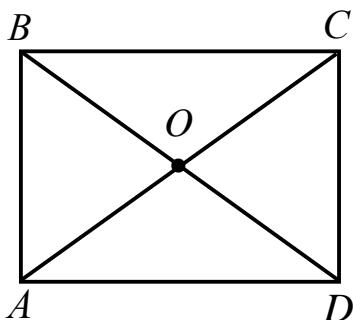
*Ч.т.д.*

## Вопрос № 2

### Прямоугольник. Определение и свойства

**Прямоугольником** называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

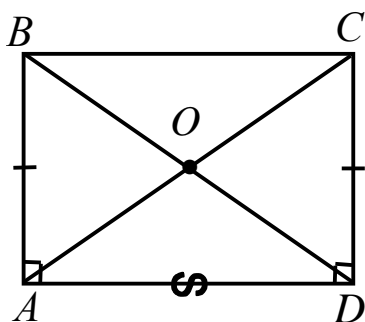
Так как прямоугольник является параллелограммом, то он обладает всеми свойствами параллелограмма.



$ABCD$  – прямоугольник  
 $AB \parallel CD, BC \parallel AD$   
 $AB = CD, BC = AD$   
 $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$   
 $AO = OC, BO = OD$

Особым свойством прямоугольника является свойство его диагоналей.

**Теорема.** Диагонали прямоугольника равны.



**Дано:**  $ABCD$  – прямоугольник,  
 $AC$  и  $BD$  – диагонали.

**Доказать:**  $AC = BD$ .

#### Доказательство

Рассмотрим прямоугольные треугольники  $ACD$  и  $DBA$ : а)  $AB = CD$  как противоположные стороны прямоугольника; б)  $AD$  – общая сторона. Следовательно,  $\triangle ACD = \triangle DBA$  по признаку равенства прямоугольных треугольников (по двум катетам).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому  $AC = BD$ .

**Итак,** диагонали прямоугольника равны.

**Ч.т.д.**

#### Признаки прямоугольника

1. Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.
2. Если в параллелограмме все углы равны, то он является прямоугольником.
3. Если в параллелограмме один из углов прямой, то он является прямоугольником.
4. Если в четырёхугольнике все углы прямые, то четырёхугольник является прямоугольником.