Билет № 1

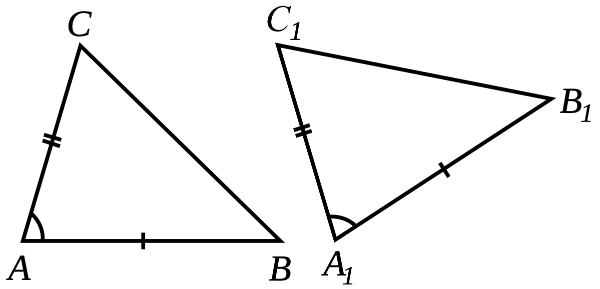
1. Первый признак равенства треугольников.
2. Параллелограмм. Определение, свойства.

Вопрос № 1

Первый признак равенства треугольников

По двум сторонам и углу между ними

Теорема. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторона и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



Дано:D ABC, D $A_1B_1C_1$,
Đ A = Đ A_1,
$AB = A_1B_1$,
$AC = A_1C_1$
Доказать:D ABC = D $A_1B_1C_1$

Доказательство

Так как Đ A = Đ A_1, то D ABC можно наложить на D $A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместиться с вершиной A_1, а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи A_1B_1 и A_1C_1.

Так как $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, то сторона AB совместиться со стороной A_1B_1, а сторона AC – со стороной A_1C_1, в частности совместятся точки B и B_1, C и C_1. Следовательно, совместятся стороны BC и B_1C_1. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, значит, они равны.

Итак, если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторона и углу меду ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ч.т.д.

Вопрос № 2
Параллелограмм. Определение, свойства

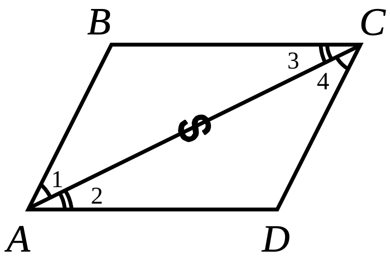
Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

На рисунке изображен параллелограмм *ABCD*: *AB*||*CD, AD*||*BC*.

Параллелограмм является выпуклым четырёхугольником.

Свойство сторон и углов параллелограмма

Теорема. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



Дано: *ABCD* – параллелограмм.

Доказать: *AB = CD, AD = BC,*
Ð A = Ð C, Ð B =Ð D.

Доказательство

В параллелограмме *ABCD* проведём диагональ *AC*.

Рассмотрим получившиеся треугольники *ABC* и *CDA*:

а) *Ð 1 = Ð 4* как накрест лежащие углы, образованные при пересечении параллельных прямых *AB* и *CD* секущей *AC*;

б) *Ð 2 = Ð 3* как накрест лежащие углы, образованные при пересечении параллельных прямых *AD* и *BC* секущей *AC*;

в) *AC* – общая сторона.

Следовательно, *D ABC = D CDA* по II признаку равенства треугольников (по стороне и прилежащим к ней углам).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому *AB = CD, AD = BC, Ð B=Ð D.*

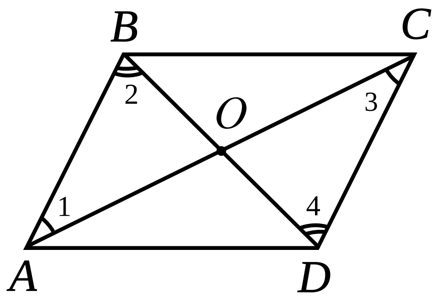
Противоположные углы *A* и *C* также равны, так как они представляют собой суммы равных углов: *Ð A = Ð1 + Ð 2, Ð C = Ð 3 + Ð 4*, а так как *Ð 1 = Ð 4, Ð 2 = Ð 3*, то *Ð A = Ð C.*

Итак, в параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

Ч.т.д.

Свойство диагоналей параллелограмма

Теорема. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



Дано: *ABCD* – параллелограмм
AC, *BD* – диагонали,
AC ∩ *BD* = *O*.
Доказать: *AO* = *OC*, *BO* = *OD*.

Доказательство

Рассмотрим *D AOB* и *D COD*:

а) *AB* = *CD* как противоположные стороны параллелограмма;

б) *Đ 1 = Đ 3* как накрест лежащие углы, образованные при пересечении параллельных прямых *AB* и *CD* секущей *AC*;

в) *Đ 2 = Đ 4* как накрест лежащие углы, образованные при пересечении параллельных прямых *AB* и *CD* секущей *BD*.

Следовательно, *D AOB* = *D COD* по II признаку равенства треугольников (по стороне и прилежащим к ней углам).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому *AO* = *OC*, *BO* = *OD*.

Итак, диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Ч.т.д.